

大同大學 105 學年度(寒)轉學入學考試試題

考試科目:工程數學

系別:機械工程學系

第1/2頁

註:本次考試 不可以參考自己的書籍及筆記; 不可以使用字典; 不可以使用計算器

1. (27%) 選擇題

1-1. 假設函數 $y = e^{mx}$ 是微分方程式 $y'' + 2y' - 35y = 0$ 之解, 則 m 值為

- (A) 5, -7
- (B) -5, 7
- (C) 5, 7
- (D) -5, -7

1-2. 關於一個線性方程式系統的解, 下列敘述何者錯誤。

- (A) 無解
- (B) 唯一解
- (C) 正好有三個解
- (D) 無窮多解

1-3. 試求微分方程式 $\frac{d^2y}{dx^2} = \left(\frac{dy}{dx}\right)^4$ 的階數與線性(order and linearity)?

- (A) 二階非線性
- (B) 四階線性
- (C) 四階非線性
- (D) 二階線性

1-4. n 階常微分方程式之通解為?

- (A) 不含任意常數的函數
- (B) 僅含一任意常數的函數
- (C) 含有 n 個任意常數的函數
- (D) 不一定

1-5. 拉普拉斯轉換(Laplace Transform)為?

- (A) 線性的微分轉換
- (B) 線性的積分轉換
- (C) 非線性的微分轉換
- (D) 非線性的積分轉換

1-6. 若二向量 $\mathbf{A} = (2, c, 3)$ 與 $\mathbf{B} = (3, 2, 4)$ 為正交, 試求純量 c 之大小?

- (A) -9
- (B) 4
- (C) -5
- (D) 7

1-7. 假設線性方程式系統 $\mathbf{AX} = \mathbf{B}$ 為一致(consistent), \mathbf{A} 為 5×8 的矩陣且 $\text{rank}(\mathbf{A}) = 2$ 。試問系統的解有多少個參數?

- (A) 8
- (B) 6
- (C) 5
- (D) 2

1-8. 若 $n \times n$ 的矩陣 \mathbf{A} 為可對角化, 則下列敘述何者錯誤。

- (A) 矩陣 \mathbf{A} 具有 n 個獨立的特徵向量
- (B) 矩陣 \mathbf{A} 具有 n 個相異的特徵值
- (C) 矩陣 \mathbf{A} 可以具有共軛複數的特徵值
- (D) 矩陣 \mathbf{A} 不可以具有重複的特徵值

1-9. 試問偏微分方程 $2 \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + 3 \frac{\partial^2 u}{\partial x \partial y} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} = 0$ 的類型為

- (A) 雙曲線型(Hyperbolic)
- (B) 拋物線型(Parabolic)
- (C) 橢圓型(Elliptic)
- (D) 混和型(Hybrid)

大同大學 105 學年度(寒)轉學入學考試試題

考試科目:工程數學

系別:機械工程學系

第2/2頁

註:本次考試 不可以參考自己的書籍及筆記; 不可以使用字典; 不可以使用計算器

2. (10%) 求解常微分方程式 $x \frac{dy}{dx} - 4y = x^6 e^x$

3. (10%) 求解常微分方程式 $y'' - 8y' + 20y = -26xe^x$

4. (10%) 求函數 $f(t) = e^{5t}t^3 + e^{-2t} \cos 4t$ 之拉氏轉換(Laplace transform)

5. (10%) 請用高斯消去法, 求解
$$\begin{cases} x_1 - x_2 - 2x_3 = -1 \\ -3x_1 - 2x_2 + x_3 = -7 \\ 2x_1 + 3x_2 + x_3 = 8 \end{cases}$$

6. (8%) 計算 $\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 6 & 2 & 7 \\ -4 & -3 & 2 \\ 2 & 4 & 8 \end{pmatrix}$ 的行列式。

7. (10%) 求 $\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 1 \\ -2 & 3 & 4 \\ -5 & 5 & 6 \end{pmatrix}$ 的反矩陣。

8. (15%) 試求解一維熱傳導方程式 $\frac{\partial u}{\partial t} = \alpha \frac{\partial^2 u}{\partial x^2}$, $0 < x < a$, $t > 0$

B.C. $u(0, t) = 0$

$u(a, t) = 0$

I.C. $u(x, 0) = f(x)$