

# 大同大學 九十二 學年度 轉學考試 試題

考試科目：微積分

第 1 頁，共 1 頁

註：本次考試不可以參考自己的書籍及筆記； 不可以使用字典； 不可以使用計算器。

1. (10%) Let

$$F(x) = 2 \sec x + \int_0^x \frac{\sin t}{1+t^2} dt.$$

Find (a)  $F(0)$ , (b)  $F'(0)$ , (c)  $F''(0)$ .

2. (10%) Find

$$\lim_{x \rightarrow \infty} x(\tan^{-1} x - \frac{\pi}{2}).$$

3. (15%) Evaluate the improper integral

$$\int_{\frac{1}{2}}^{\infty} \frac{dx}{1+4x^2}.$$

4. (10%) Find the area of the region lying between the inner loop of the polar curve  $r = 1 - 2 \cos \theta$ .

5. (10%) Find all extrema on the interval  $[0, 2\pi]$  for  $y = x - \cos x$ .

6. (10%) Evaluate the limit

$$\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{xy^2}{x^2 + y^2}.$$

7. (10%) Find  $a$  and  $b$  so that

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} (\sqrt{x^2 - x + 1} - ax - b) = 0.$$

8. (15%) Find the region of convergence of the power series

$$\frac{(x+2)^2 \ln 2}{2 \times 9} + \frac{(x+2)^3 \ln 3}{3 \times 27} + \frac{(x+2)^4 \ln 4}{4 \times 81} + \dots$$

9. (10%) Evaluate the iterated integral

$$\int_0^{3\sqrt{\ln 2}} \int_{y/3}^{\sqrt{\ln 2}} e^{x^2} dx dy.$$