

# 大同大學 九十一 學年度 轉學考試 試題

考試科目：微積分

級別：二年級

第 1 頁，共 1 頁

註：本次考試不可以參考自己的書籍及筆記； 不可以使用字典； 不可以使用計算器。

填充題：共 10 題，每題 7 分，請將答案寫在答案本上。

1. 瑕積分  $\int_0^{\infty} x e^{-3x} dx$  之值為 \_\_\_\_\_

2. 設  $f(x) = \frac{a\sqrt{x^2+7}-b}{x-3}$ ，其中  $a$  與  $b$  為常數。若  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 1$  且極限  $\lim_{x \rightarrow 3} f(x)$  存在，則  $b$  的值為 \_\_\_\_\_

3. 設  $x = \sqrt{1+t}$ ， $y = \sqrt{1-t}$ ， $-1 < t < 1$ ，則在  $t = \frac{1}{2}$  時， $\frac{dy}{dx}$  之值為 \_\_\_\_\_

4. 極限  $\lim_{n \rightarrow \infty} (1 - \frac{1}{4}) \times (1 - \frac{1}{9}) \times \dots \times (1 - \frac{1}{n^2})$  的值為 \_\_\_\_\_

5. 若  $y = x^{2x}$ ， $x > 0$ ，則  $\frac{dy}{dx} =$  \_\_\_\_\_

6. 設  $[x]$  表不大於  $x$  的最大整數，則極限  $\lim_{x \rightarrow 0} x[x^{-1}]$  之值等於 \_\_\_\_\_

7. 設  $f(x) = \tan^{-1}(\frac{x-3}{1+3x})$ ，則  $f'(x) =$  \_\_\_\_\_

8. 過曲線  $x + 2\sqrt{xy} = y + 7$  上的點  $(4, 1)$  之切線方程式為 \_\_\_\_\_

9. 冪級數  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{4^n} x^{2n}$  的收斂半徑等於 \_\_\_\_\_

10. 在極坐標平面上，由曲線  $r = 1 - \cos \theta$  的外部與圓  $r = 1$  的內部所決定的區域面積為 \_\_\_\_\_

計算題：共 2 題，每題 15 分，請將答案寫在答案本上。

1. 已知  $\lim_{n \rightarrow \infty} (1 + \frac{1}{2} + \dots + \frac{1}{n} - \ln n)$  存在，則  $\lim_{n \rightarrow \infty} (\frac{1}{n+1} + \frac{1}{n+2} + \dots + \frac{1}{n+n})$  的值為何？

2. 設  $\Omega$  為  $(x-b)^2 + y^2 \leq a^2$  ( $a > b > 0$ ) 所決定的平面區域，將  $\Omega$  以  $y$  軸旋轉一圈所得旋轉體的體積為何？

*(Handwritten student work and calculations are present throughout the page, including derivatives, limits, and area calculations.)*