大同大學 九十 學年度 轉學考試 試題

考試科目：工程數學　系別：化學工程學系　　級別：三年級　第 1 頁，共 1 頁

註：本次考試不可以參考自己的書籍及筆記；　不可以使用字典；　不可以使用計算器。

Solve problems 1 - 4 below.

1. $y' = \dfrac{xy+3x-y-3}{xy-2x+4y-8}$ (10%)

2. $5y''+y'=-6x,\ y(0)=0,\ y'(0)=-10$ (10%)

3. $x^3y^{(3)}-3x^2y''+6xy'-6y=3+\ln(x^3)$ (10%)

4. $ku_{xx}=u_t, 0<x<L, t>0$
   $u(0,t)=0, u(L,t)=0$
   $u(x,0)=x(L-x)$ (20%)

5. For the BVP $y''+\lambda y=0;\ y(-3\pi)=y(3\pi),\ y'(-3\pi)=y'(3\pi)$, find the **eigenvalues**. Corresponding to each eigenvalue, find an **eigenfunction**. Also prove the **orthogonality**. (10%)

6. Find the Fourier series of $f(x)=\begin{cases}0, -\pi<x<0\\ 1, 0\le x<\pi\end{cases}$ on the given interval. (10%)

7. For the matrix A, $A=\begin{bmatrix}2 & 0 & 1\\ 0 & -0 & -2\\ 0 & 2 & 0\end{bmatrix}$. Solve AX=B, $B=\begin{bmatrix}e^{-t}\\ 2+t\\ 0\end{bmatrix}$ (10%)

8. $y''-e^xy'+2y=1,\ y(0)=-3,\ y'(0)=0$, 寫出其級數解之前五項。 (10%)

Problem 9 and 10, find the indicated expression for the vector field $\mathbf{F}=x^2y\mathbf{i}+xy^2\mathbf{j}+2xyz\mathbf{k}$.

9. $\nabla\cdot\mathbf{F}$ (5%)

10. $\nabla\cdot(\nabla\times\mathbf{F})$ (5%)